$\left.\begin{array}{l} 0 < \theta h < h \\ h \to 0^+ \end{array}\right\} \Rightarrow \theta h \to 0^+$ (d'après un théo. de limite et ordre)

Par suite $\lim\limits_{h\to 0^+}\left[\dfrac{e^h-1-h}{h^2}\right]=\lim\limits_{t\to 0^+}\left[\dfrac{1}{2}\dfrac{e^t-1}{t}\right]=\dfrac{1}{2}$.

c- $\lim\limits_{h\to 0^+}\left[\dfrac{f(h)-f(0)}{h-0}\right]=\lim\limits_{h\to 0^+}\dfrac{\frac{e^h-1}{h}-1}{h}=\lim\limits_{h\to 0^+}\left[\dfrac{e^h-1-h}{h^2}\right]=\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow$ f est dérivable à droite en 0 et $f_d'(0)=\dfrac{1}{2}$.

4/ • Comme $f_d'(0)=\dfrac{1}{2}$ alors la demi-tangente à droite au point d'abscisse 0 de la courbe de (Γ) a pour système d'équations cartésiennes $\begin{cases} y = f_d'(0)(x-0)+f(0)=\dfrac{1}{2}x+1 \\ x \geq 0 \end{cases}$

• $\forall x > 0; f'(x) > 0$ **d'après II-2/**

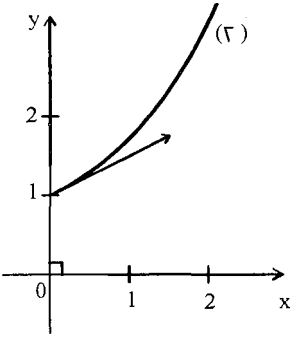
• $\lim\limits_{+\infty} f=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{e^x-1}{x}\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{e^x}{x}-\dfrac{1}{x}\right]=+\infty$.

• $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{e^x}{x^2}-\dfrac{1}{x^2}\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\left(\dfrac{1}{2}\dfrac{e^{x/2}}{x/2}\right)^2\right]-\underbrace{\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{1}{x^2}\right]}$

$=\lim\limits_{y\to+\infty}\left[\left(\dfrac{1}{2}\dfrac{e^y}{y}\right)^2\right]=+\infty$ (on pose $y=\dfrac{x}{2}$)

$\Rightarrow$ (Γ) possède une branche parabolique infinie de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$.

x	0		$+\infty$
f'(x)	1/2	+	
f(x)	1	↗	$+\infty$



III-1/a- f est continue sur $IR^+ \Rightarrow$ f est intégrable sur tout intervalle de bornes dans IR^+.

Or $\forall x \in IR$ on a 0 et e^x sont dans IR^+

d'où $F(x)=\int_0^{e^x} f(t)dt$ existe.

b- f est continue sur $IR^+ \Rightarrow$ f possède des primitives sur IR^+

Désignons par Φ la primitive de f sur IR^+ qui s'annule en 0.

Désignons par u la fonction définie sur IR qui à $x \mapsto e^x$.